

# CERCETAREA EXPERIMENTALĂ A TRANSMISIILOR PRECESSIONALE CU ANGRENAJE CONVEX-CONCAVE MULTIPARE: REZILIENȚA, ACHIZIȚII DE DATE, MOSTRE EXPERIMENTALE ȘI REZULTATE

Academician Ion BOSTAN, Conf. univ. dr. Maxim VACULENCO,  
Conf. univ. dr. Ion BODNARIUC, Drd. Dumitru VENGHER,  
Conf. univ. dr. Radu CIOBANU, Conf. univ. dr. Oleg CIOBANU,  
Conf. univ. dr. Iulian MALCOCI, Conf. univ. dr. Nicolae TRIFAN.

Universitatea Tehnică a Moldovei, Chișinău, Republica Moldova

**REZUMAT.** Lucrarea prezintă aspecte ale cercetării experimentale privind caracteristicile funcționale ale transmisiiilor cinematice și precesionale de putere redusă cu roți dințate convex-concave multiperechi cu dinți dreți și înclinați. Pierderile de energie în angrenaje sunt investigate în funcție de alunecarea relativă cu frecare între flancurile dinților conjugați unitari sau simultan multipar, precum și capacitatea portantă a contactului convex-concav al dinților în funcție de diferența de curbe ale flancurilor, inclusiv momentul de pornire și rigiditatea la torsiune a angrenajului precesional. Dinții angrenajului sunt fabricați din plastic prin tumare cu rolă pe mașini-unelte CNC adaptate sistemului Gleason, precum și prin tehnologii aditive de imprimare 3D. Dinții roților centrale și satelit sunt fabricați din diverse perechi de materiale plastic-metal-plastic, metal-metal-metal, plastic-plastic-plastic. Sunt descrise caracteristicile parametrice ale probelor de angrenaje cinematice și transmisii de putere redusă, standuri experimentale pentru achiziția datelor și prelucrare computerizată, sunt analizate rezultatele cercetării. Este prezentată analiza comparativă a caracteristicilor funcționale ale transmisiiilor de precesie în raport cu alte transmisii mecanice.

**Cuvinte cheie:** Transmisii mecanice, caracteristici funcționale, angrenaje precesionale, contact convex-concav al dinților, reziliență, randament, capacitate portantă, rigiditate la torsiune.

**ABSTRACT.** The paper presents aspects of experimental research on the functional characteristics of kinematic and low-power precessional transmissions with multi-pair convex-concave gears with straight and inclined teeth. The energy losses in the gears are investigated depending on the relative sliding with friction between the flanks of unitary or simultaneously multipair conjugated teeth, as well as the bearing capacity of the convex-concave contact of the teeth depending on the difference in flank curves, including starting moment and the torsional stiffness of the precessional gear. Gear teeth are manufactured from plastic by roll molding on CNC machine tools adapted to the Gleason system, as well as by additive 3D printing technologies. The teeth of the central and satellite wheels are made of various pairs of plastic-metal-plastic, metal-metal-metal, plastic-plastic-plastic materials. The parametric characteristics of kinematic gears samples and low-power transmissions, experimental stands for data acquisition and computerized processing are described, research results are analyzed. The comparative analysis of the functional characteristics of precession transmissions in relation to other mechanical transmissions is presented.

**Keywords:** Mechanical transmissions, functional characteristics, precessional gears, convex-concave tooth contact, mechanical efficiency, bearing capacity, torsional stiffness.

## 1. INTRODUCERE

Transmisiiile mecanice cu angrenaje dințate fabricate de către companiile producătoare specializate, de regulă, sunt divizate pe tipodimensiuni în funcție de puterea transformată și transmisă  $N$ , kW dependentă de momentul de torsiune  $T$ , Nm, de viteza unghiulară  $\omega$ ,  $\text{sec}^{-1}$ , aplicate la arborii conducători sau condus și de parametrul cinematic exprimat prin raportul de transmitere  $i$ .

Printre caracteristicile funcționale ale transmisiiilor precesionale care, în ansamblu, definesc

nivelul tehnic și competitivitatea lor în raport cu alte tipuri de transmisii mecanice se consideră:

- randamentul mecanic care exprimă pierderile energetice, în special, în angrenările dinților, %;
- capacitatea portantă a contactului dinților  $\sigma_H \leq \sigma_{H,MPa}$ ;
- consumul specific de material exprimat prin masa transmisiei în kg, raportată la momentul de torsiune transmis,  $\text{kg/Nm}$ ;
- emisia de zgomot și vibrații, dB;
- rigiditatea torsională,  $\text{Nm/rad}$ ;
- precizia cinematică, s. unghi;

## CERCETAREA EXPERIMENTALĂ A TRANSMISIILOR PRECESSIONALE CU ANGRENAJE

- momentul de inerție, kg m<sup>2</sup>;
- momentul de pornire, g cm;
- timpul de pornire și de oprire, s;
- stabilitatea termică exprimată prin intensitatea cedării căldurii, kcal/m<sup>2</sup>h grad.

### 2. ASPECTE TEORETICE ALE CERCETĂRII

Cercetarea experimentală a caracteristicilor funcționale menționate se realizează pe modele fizice în funcție de momentul nominal de torsiune  $T$ , Nm aprobat ca valoare în calculul de proiect la presiunea de contact a diametrului median  $d_m$  al angrenării  $A_{CX-CV}^{D(\beta)}$  (considerat ca parametrul generalizator) conform relației:

$$d_m = 53,3 \sqrt[3]{\frac{T_4 \cos \beta_m (\rho_4 - r_3) k_{HP} k_{H\beta} k_{HV}}{(\sigma_{HP}')^2 \cos \alpha_w \psi_{bd} Z_\varepsilon t g \beta_3 \rho_4}}, mm \quad (1)$$

pentru angrenările  $A_{CX-CV}^{D(\beta)}$  cu dinți înclinați sub unghiul  $\beta_m$  și

$$d_m = 53,3 \sqrt[3]{\frac{T_4 (\rho_4 - r_3) k_{HP} k_{H\beta} k_{HV}}{(\sigma_{HP}')^2 \cos \alpha_w \psi_{bd} Z_\varepsilon t g \beta_3 \rho_4}}, mm \quad (2)$$

pentru angrenări cu dinți drepecți  $A_{CX-CV}^D$ , unde:

$\sigma_{HP}$  – tensiunile admisibile în contactul dinților cu considerarea alunecării relative cu frecare și rostogolire;

$\alpha_w$  – unghiul de presiune dintre flancurile dinților conjugați;

$\psi_{bd} = b_w/d_m$  – coeficientul lungimii relative a dinților;

$Z_\varepsilon$  – numărul perechilor de dinți simultan conjugate;

$\beta_3$  – unghiul de conicitate a dinților coroanei roții-satelit;

$\rho_4$  – raza de curbura a dinților cu profil convex-concav ai roții centrale cu  $Z_4$  dinți;

$(\rho_4 - r_3)$  – diferența curburilor flancurilor dinților roții centrale  $\rho_4$  și coroanei roții-satelit cu  $Z_3$  dinți;

$\beta_m$  – unghiul de înclinare a dinților;

$k_{HP}$  – factorul neuniformității distribuirii sarcinii între perechile de dinți simultan conjugate;

$k_{H\beta}$  – factorul neuniformității distribuirii sarcinii pe lungimea dinților;

$k_{HV}$  – factorul dinamicității sarcinii.

Pentru analiza comparativă a capacității portante a contactului dinților, a rigidității torsionale a consumului specific de materiale etc., se determină tensiunile efective  $\sigma_H$ , MPa în contactul dinților și

compararea lor cu tensiunile admisibile  $\sigma_H'$ , MPa utilizând relația:

$$\sigma_H = 275 \sqrt{\frac{2T_4 \cos \beta_m (\rho_4 - r_3) k_{HP} k_{H\beta} k_{HV}}{d_m^3 \cos \alpha_w \psi_{bd} Z_\varepsilon t g \beta_3 \rho_4}} \leq \sigma_{HP}', \quad (3)$$

pentru angrenările cu dinți înclinați  $A_{CX-CV}^{D(\beta)}$  și

$$\sigma_H = 275 \sqrt{\frac{2T (\rho_4 - r_3) k_{HP} k_{H\beta} k_{HV}}{d_m^3 \cos \alpha_w \psi_{bd} Z_\varepsilon t g \beta_3 \rho_4}} \leq \sigma_{HP}', \quad (4)$$

pentru angrenări cu dinți drepecți  $A_{CX-CV}^D$ .

Tensiunile admisibile  $\sigma_{HP}'$  sunt considerate cu prezența alunecării relative cu frecare  $V_{al}$  între flancurile dinților simultan conjugați în punctele de contact  $k_0...k_5$ , determinată prin interpretarea computerizată a funcției  $\zeta=f(\xi)$  pentru angrenarea cu parametrii geometrici și cinematici distinctivi ai modelului fizic respectiv al transmisiei.

Tensiunile admisibile  $\sigma_{HP}'$  în contactul dinților angrenărilor  $A_{CX-CV}^{D(\beta)}$  la etapa actuală a cercetărilor se determină prin analiza similitudinilor acestora cu angrenajele conice evolventice, iar a angrenărilor  $A_{CX-CV}^B$  – prin analiza contactului cuplei cinemate de clasa a 5-a "dinte-bolț" în angrenajele transmisiei CYCLO.

Caracteristicile funcționale ale transmisiei mecanice cu angrenări dințate  $A_{CX-CV}^D$  sau  $A_{CX-CV}^{D(\beta)}$  variază în anumite limite distinctive individualizate pentru fiecare caracteristică aparte în funcție de sarcina transmisă, de regulă, de momentul de torsiune aplicat la arborele condus, în cazul transmisiei precesionale de tip 2K-H, exprimat prin  $T_4$ , Nm. Momentul de torsiune nominal  $T_4$ , Nm se determină din expresia (5), în cazul angrenărilor cu dinți înclinați  $A_{CX-CV}^{D(\beta)}$  și din (6) – în cazul angrenărilor cu dinți drepecți  $A_{CX-CV}^D$  pentru un număr concret al perechilor de dinți simultan conjugate  $Z_\varepsilon$ , în funcție de constanta elasticității materialului dinților  $Z_M$ , de geometria contactului și de forma a dinților  $\alpha_w, \psi_{bd}, \beta_3, \rho_4, (\rho_4 - r_3)$ , inclusiv de factorii de sarcina  $k_{HP}, k_{H\beta}$  și  $k_{HV}$ .

Așadar, pentru angrenările  $A_{CX-CV}^{D(\beta)}$  cu dinți înclinați sub unghiul  $\beta_m$  momentul de torsiune nominal  $T_4$ , Nm la arborele condus

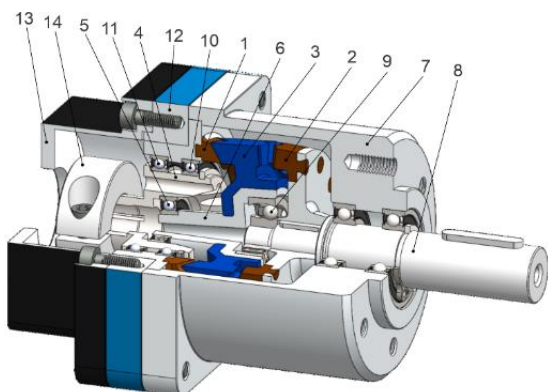
$$T_4 = \frac{d_m^3 (\sigma_{HP}')^2 \cos \alpha_w \psi_{bd} Z_\varepsilon t g \beta_3 \rho_4}{53,3^3 \cos \beta_m (\rho_4 - r_3) k_{HP} k_{H\beta} k_{HV}}, Nm, \quad (5)$$

iar pentru angrenările  $A_{CX-CV}^D$  cu dinți drepecți

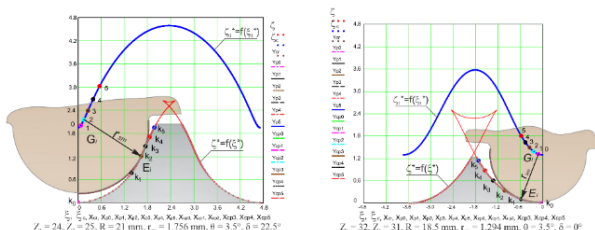
$$T_4 = \frac{d_m^3 (\sigma_{HP}')^2 \cos \alpha_w \psi_{bd} Z_\varepsilon t g \beta_3 \rho_4}{53,3^3 (\rho_4 - r_3) k_{HP} k_{H\beta} k_{HV}}, Nm. \quad (6)$$

Deci, pentru tipodimensiunea concretă a modelului fizic al transmisiei precesionale de tip 2K-H supus cercetărilor experimentale, determinăm momentul nominal de torsiune la arborele condus  $T_4$ , Nm. Momentul nominal de torsiune se divizează în câteva intervale  $T_{4,i}$ , spre exemplu,  $T_{4,1}=0$ ;  $T_{4,2}=0,25 T_4$ ;  $T_{4,3}=0,5 T_4$ ;  $T_{4,4}=0,75 T_4$  și  $T_{4,5}=T_4$ , pentru care determinăm valorile corespunzătoare ale momentelor de torsiune  $T_{1,i}$  aplicate la arborele conducător conform expresiei  $T_{1,i} = \frac{T_{4,i} \dots 5}{\eta_i}$ , Nm.

În lucrare se expun rezultatele și analiza comparativă a caracteristicilor funcționale ale transmisiilor precesionale cinematice de mică putere obținute experimental pe modele fizice cu angrenări  $A_{CX-CV}^D$  cu dinți drepecți cu diametrul median  $D=42$  mm prezentat în figura 1 și cu angrenări  $A_{CX-CV}^{D(\beta)}$  cu dinți înclinați cu diametrul median  $D=84$  mm prezentat în figura 2.



(a)

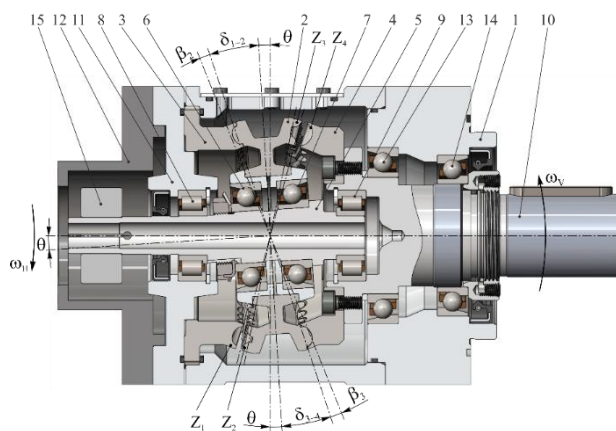


(b)

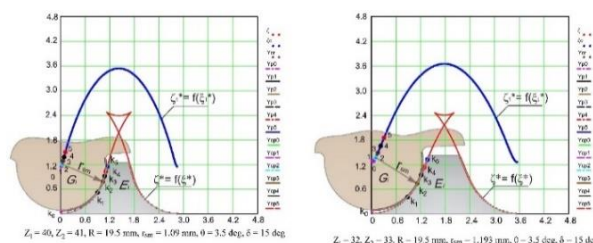
**Fig. 1.** Transmisie precesională de tip 2K-H ( $i=+14,29$ ) cu angrenări  $A_{CX-CV}^D$  cu coraportul  $Z_1=Z_2-1, Z_4=Z_3+1$ , satelit semimanivelă, cu unghiurile axoidei conice  $\delta_{(1-2)}=22^\circ 30'$  și  $\delta_{(3-4)}=0^\circ$  (a); profilurile dinților în angrenările  $(Z_1-Z_2)$  și  $(Z_3-Z_4)$  (b),.

În transmisia prezentată în figura 1, dinții celor două coroane ale roții-satelit 3 conjugă, pe de o parte cu dinții roții centrale imobilă 1 cu coraportul  $Z_1=Z_2-1$ , iar pe de altă parte cu dinții roții centrale mobilă 2 cu coraportul  $Z_4=Z_3+1$ , astfel constituind angrenarea  $A_{CX-CV}^D$  (sau  $A_{CX-CV}^{D(\beta)}$ ), care asigură contacte convexe-concave între dinți cu diferență mică a curburilor flancurilor conjugate. În angrenarea dinților  $(Z_3-Z_4)$ , roata centrală mobilă 2 are cu un dinte mai mult decât coroana roții-satelit 3 cu care se conjugă, fapt ce defavorizează cinematic funcționarea

angrenării în regim de reductor. Pentru a facilita exploatarea transmisiei în acest regim la mărimi valorice mici ale raportului de transmitere  $i$ , angrenarea cu coraportul dinților  $Z_4=Z_3+1$  și  $Z_2>Z_3$  se proiectează cu unghiul axoidei conice  $\delta_{(3-4)}=0^\circ$ .



(a)



(b)

**Fig. 2.** Transmisie precesională 2K-H ( $i=-164$ ) cu angrenări  $A_{CX-CV}^{D(\beta)}$  cu diametrul  $d_m=84$  mm: cu dantură în arc de cerc și roată-satelit montată axial flotant pe arbore-manivelă cu axe concurente în centrul de precesie sub unghiul de nutație  $\theta$  (a); profilurile de flanc ale dinților conjugăți în contactele  $k_i$  (b).

Totodată, pentru a diminua alunecarea relativă cu frecare dintre flancuri, reducem numărul perechilor de dinți concomitent conjugate în angrenare frontală până la  $\varepsilon_f=1...4$ .

În acest caz, numărul perechilor de dinți simultan conjugate se determină din calculul dinților la presiunea de contact reieșind din condiția  $\sigma_H \leq \sigma_{HP}$  pentru sarcina transmisă, egală cu momentul nominal de torsiune  $T_4$ , Nm [1, 2].

Transmisia precesională de tip 2K-H cu angrenare  $A_{CX-CV}^D$ , cu configurația numerelor de dinți  $Z_1=Z_2-1, Z_4=Z_3+1, Z_2>Z_3$  și unghiurile axoidei conice  $\delta_{(1-2)}>0^\circ$  și  $\delta_{(3-4)}=0^\circ$ , în cazul în care numărul dinților variază  $15 \leq Z_{1,2,3,4} \leq 60$ , asigură varierea rapoartelor de transmitere în intervalul  $+8,3 \leq i \leq +30,3$ , cu rotirea arborilor în același sens.

Din figura 1 (b) constatăm că unghiul de presiune  $\alpha_w$  dintre flancurile dinților  $(Z_3-Z_4)$  cu coraportul  $Z_4=Z_3+1$  este mai mare decât în angrenarea  $(Z_1-Z_2)$  cu coraportul  $Z_1=Z_2-1$ . De aceea, pentru a diminua

## CERCETAREA EXPERIMENTALĂ A TRANSMISIILOR PRECESSIONALE CU ANGRENAJE

pierderile energetice generate de angrenarea ( $Z_3-Z_4$ ) cu coraportul  $Z_4=Z_3+1$ , se recomandă reducerea numărului perechilor de dinți simultan angrenate până la 1...4 perechi aflate sub sarcină în angrenarea frontală egală cu momentul nominal de torsiune  $T_4$ , Nm, iar dinții se recomandă a fi realizați înclinați, cu asigurarea unei cote mai mari de acoperire longitudinală prin rostogolire.

Dinții din angrenările ( $Z_1-Z_2$ ) și ( $Z_3-Z_4$ ) se conjugă în contacte multipare cu geometrie convex-concavă, formată din profilurile curbilunii cu curbura variabilă continuu crescândă de la piciorul către vârful dinților roților centrale 1 și 2, și în arc de cerc ale dinților coroanelor roții-satelit 3. Mișcarea de rotație a arborelui-manivelă 4, prin intermediul sprijinului 5 montat pe capătul semiaxului 6 al roții-satelit 3, se transformă în mișcare sferospațială a acesteia. Dinții  $Z_2$  și  $Z_3$  ai coroanelor satelitelui 3 se angrenează corespunzător cu dinții  $Z_1$  și  $Z_4$  ai roților centrale imobilă 1, fixată în carcasa 7, și mobilă 2, montată pe arborele condus 8, astfel realizând raportul de transmitere  $i = -Z_2Z_4/(Z_1Z_3-Z_2Z_4)$ .

Particularitatea constructivă care definește cinematica transmisiei constă în faptul că una dintre angrenări ( $Z_3-Z_4$ ) este executată cu coraportul numerelor de dinți  $Z_4=Z_3+1$  și unghiul axoidei conice  $\delta_{(3-4)}=0^\circ$ , iar angrenarea ( $Z_1-Z_2$ ) – cu coraportul  $Z_1=Z_2-1$  și  $\delta > 0^\circ$ .

Așadar, pentru modelul fizic al transmisiei precesionale de tip 2K-H cu angrenări  $A_{CX-CV}^D$  prezentată în figura 1 momentul nominal de torsiune  $T_4$ , Nm aplicat la arborele condus se determină pentru următorii parametri constructivi și geometrici ai angrenării dințate:

- diametrul nominal al angrenării  $d_m = 42$  mm;
- limita tensiunilor de contact cu considerarea alunecării relative în contactul dinților simultan conjugați în angrenare,  $\sigma_{HP} = 1100$  MPa (pentru roți din oțel 4140 cu aproximarea influenței alunecării relative cu frecare între flancuri);
- unghiul mediu de presiune între flancurile dinților simultan conjugați în contactele  $k_1 - \alpha_w = 20^\circ$ ;
- coeficientul lățimii relative a danturii roții centrale plane  $\psi_{bd} = 0,2$ ;
- numărul perechilor de dinți simultan conjugate conform modificării de profil al dinților conjugați  $Z_e = 4$  ( $Z_e = 3$ );
- unghiul de concitate al dinților coroanelor roții-satelit  $\beta_3 = 3,5^\circ$ ;
- raza de curbura a flancurilor dinților roților centrale  $\rho_4$  și diferența razelor de curbura ( $\rho_4 - r_3$ ) a flancurilor perechii de dinți echivalentă determinată de ecuațiile  $\zeta = f(\zeta)$ , în funcție de unghiul de precesie  $\psi$   $\rho_4 = 1,789$  mm, ( $\rho_4 - r_3$ ) = 0,696 mm;
- factorul distribuirii sarcinii între dinții simultan conjugați  $k_{HP} = 1,4$ ;

- factorul distribuirii sarcinii pe lungimea dinților  $k_{H\beta} = 1,2$ ;
- factorul dinamicității sarcinii în angrenare  $k_{HV} = 1,5$ .

Pentru modelul fizic al transmisiei precesionale cinematice prezentată în figura 1 momentul de torsiune nominal aplicat la arborele condus  $T_4$ , Nm se determină din formula (6).

Transmisia (fig. 1) are diametrul median  $d_m = 42$  mm și raportul de transmitere  $i = +14,29$ , realizat în angrenări  $A_{CX-CV}^D$  convex-concave cu roți dințate fabricate pe mașini-unelte CNC din oțel 4140 cu coraportul numerelor de dinți  $Z_1 = Z_2 - 1$  și  $Z_4 = Z_3 + 1$ .

Pentru angrenarea  $A_{CX-CV}^D$  cu trei perechi de dinți simultan conjugate, momentul de torsiune nominal transmis  $T_4 = 21,7$  Nm, iar cu patru perechi de dinți  $T_4 = 29,1$  Nm.

Tabelul 1 Momentele de torsiune

n/o	Intervalele momentului de torsiune nominal $T_{4,i}$ , Nm	Momentele de torsiune la arbori	
		$T_{4,i}$ , Nm	$T_{1,i}$ , Nm
1.	0	0	0
2.	0,25 $T_4$	7,275	0,6364
3.	0,5 $T_4$	14,55	1,2732
4.	0,75 $T_4$	21,825	1,9113
5.	1,0 $T_4$	29,1	2,5455

În tabelul 1 sunt prezentate valorile momentului de torsiune  $T_4$ , Nm divizat în patru intervale egale  $T_{4,i}$  aplicate la arborele condus al angrenării  $A_{CX-CV}^D$  cu patru perechi de dinți simultan conjugate și momentele de torsiune  $T_{1,i}$  calculate la arborele conducător din relația

$$T_{1,i} = \frac{T_{4,i}}{\eta \cdot i} \quad (7)$$

Cercetarea experimentală a majorității caracteristicilor funcționale ale transmisiei precesionale de tipodimensiunea cu diametrul median  $d_m = 42$  mm se realizează cu încărcarea arborelui condus cu momentul de torsiune nominal  $T_4 = 29,1$  Nm divizat în intervalele  $T_{4,i}$  și momentul reactiv la arborele conducător calculat din expresia (7), pentru geometria flancurilor dinților proiectată conform ecuațiilor  $\zeta = f(\zeta)$  și rapoartele de transmitere  $i$  (+14,29, -45, -124, 164, -360 etc).

Transmisia precesională 2K-H prezentată în figura 2 are raportul de transmitere  $i = -164$  realizat în angrenări  $A_{CX-CV}^{D(\beta)}$  cu parametrii  $Z_1 = 40$ ,  $Z_2 = 41$ ,  $\beta_2 = 3,2^\circ$ ,  $Z_3 = 33$ ,  $Z_4 = 32$ ,  $\beta_3 = 3,5^\circ$ ,  $\delta_{(1-2)} = \delta_{(3-4)} = 15^\circ$ ,  $\theta = 3,5^\circ$  și se deosebește constructiv de cea din figura 1 prin particularitățile mecanismului de transformare a mișcării rotative a arborelui conducător 5 în mișcare sferospațială a roții-satelit 2. Arborele conducător 5 cu funcție de manivelă este dotat cu o porțiune înclinată

sub unghiul de nutație  $\theta$  în raport cu axa rulmenților axiali 8 și 9. Pe porțiunea înclinată a arborelui conducător 5 este montată roata-satelit 2 în rulmenții radiali-axiali 6 și 7. Axele perechilor de rulmenți 8, 9 și 6, 7 sunt concurente în centrul de precesie  $O$ .

Astfel, la rotirea arborelui-manivelă 5 în rulmenții radiali 8 și 9, roata-satelit 2 instalată în rulmenții radiali-axiali 6 și 7 efectuează mișcare sferospațială în jurul centrului de precesie  $O$  cu unghiul de nutație  $\theta$  și flotează axial între roțile centrale imobilă 3 și mobilă 4.

Este de menționat că incoincidența punctului de intersecție a axelor perechilor de rulmenți 6 și 7, 8 și 9 cu centrul de precesie conduce la deplasarea centrului maselor componentelor nodului precesional în raport cu centrul de precesie și implicit la dezechilibrul dinamic, care provoacă solicitări suplimentare ale rulmenților și arborelui-manivelă, definite prin ecuațiile dinamice ale lui Euler.

Caracteristicile funcționale ale transmisiei precesionale de tip 2K-H prezentate în figura 2 experimental se cercetează la momentul de torsiune nominal  $T_4 = 164$  Nm calculat pentru angrenarea  $A_{CX-CV}^{D(\beta)}$  cu diametrul median  $d_m = 84$  mm, raportul de transmitere  $i = -164$  realizat cu roți metalice fabricate din oțel 4140 cu coraportul numărului de dinți conjugați  $Z_{1(4)}=Z_{2(3)}-1$ , cu raza de curbura  $\rho_4$  a dinților roții centrale determinată pentru perechea de dinți echivalentă  $\rho_4=8,94$  mm și diferența razelor de curbura a dinților conjugați  $(\rho_4 - r_3)=6,712$  mm. Momentele de torsiune aplicate la arborele condus  $T_{4,i}$  Nm și momentele reactive formate la arborele conducător se calculează conform expresiei (7) valorile cărora sunt prezentate în tabelul 2.

Tabelul 2. Momentele de torsiune

n/o	Intervalele momentului de torsiune nominal $T_{4,i}$ , Nm	Momentele de torsiune la arbori	
		$T_{4,i}$ , Nm	$T_{1,i}$ , Nm
1.	0	0	0
2.	0,25 $T_4$	41,0	0,3125
3.	0,5 $T_4$	82,0	0,6250
4.	0,75 $T_4$	123,0	0,9375
5.	1,0 $T_4$	164,0	1,25

În transmisia precesională cu angrenările  $A_{CX-CV}^{D(\beta)}$  cu dinți curbilini în arc de cerc generați prin sistemul Gleason, caracteristicile funcționale sunt mai avansate în raport cu angrenări  $A_{CX-CV}^D$  cu dinți drepti sau rectilini înclinați [2].

În context, este de menționat că lungimea sumară a liniilor de contact  $l_\Sigma$  ale perechilor de dinți simultan conjugate  $Z_\varepsilon$  în angrenări  $A_{CX-CV}^{D(\beta)}$  cu dinți înclinați se determină cu considerarea lungimii relative a dinților

în raport cu diametrul median al roții plane conform relației

$$l_\Sigma = \frac{bZ_\varepsilon}{\cos \beta_m} = \frac{\psi_{bd}d_mZ_\varepsilon}{\cos \beta_m} \quad (8)$$

Totodată, expresia  $\sqrt{\frac{\cos \beta_m}{d_m \psi_{bd} \cdot Z_\varepsilon}}$  din formula (3) reprezintă lungimea sumară a liniilor de contact ale dinților simultan conjugați înclinați sub unghiul  $\beta_m$ . În realitate, în angrenarea  $A_{CX-CV}^{D(\beta)}$  cu dinți curbilini, în funcție de forma curbei directoare în arc de cerc lungimea sumară a contactului dinților simultan conjugați se determină din expresia

$$l_{cg} = \frac{\pi d_m \gamma_{cg}}{360^\circ}, \quad (9)$$

unde  $\gamma_{cg}$  este unghiul la centru  $O_c$  al curbei directoare a flancurilor dinților.

S-a constatat [2] că în cazul în care diferența  $l_\Sigma$  calculată prin relațiile (8) și (9) nu depășește 5% din lungimea  $l_\Sigma$ , atunci calculul poate fi efectuat prin relațiile acceptate pentru angrenările  $A_{CX-CV}^{D(\beta)}$  cu dinți drepti înclinați sub unghiul  $\beta_m$ .

### 3. CERCETAREA EXPERIMENTALĂ A CARACTERISTICILOR FUNCȚIONALE ALE TRANSMISIILOR PRECESIONALE

Caracteristicile funcționale ale transmisiiilor precesionale cu angrenări  $A_{CX-CV}^{D(\beta)}$  au fost cercetate pe modelele fizice ale transmisiiilor prezentate în figurile 1 și 2.

Standurile pentru cercetările experimentale prezentate în figurile 3 și 4 au fost concepute cu achiziția și prelucrarea computerizată a datelor, cu asigurarea posibilităților de testare universale elaborate în conformitate cu cerințele prevăzute în metodele de testări experimentale specifice fiecărei caracteristici funcționale.

Transmisie precesională 2K-H,  $D_m=42$  mm

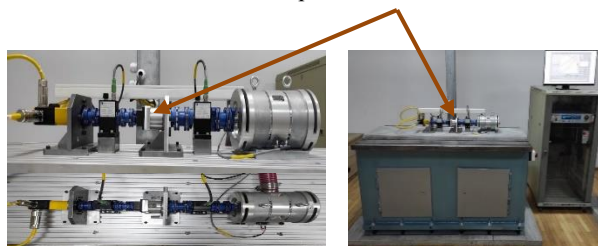


Fig. 3. Stand de cercetări experimentale a caracteristicilor funcționale ale transmisiiilor precesionale cinematice cu achiziție și de prelucrare de date computerizat.

## CERCETAREA EXPERIMENTALĂ A TRANSMISIILOR PRECESSIONALE CU ANGRENAJE

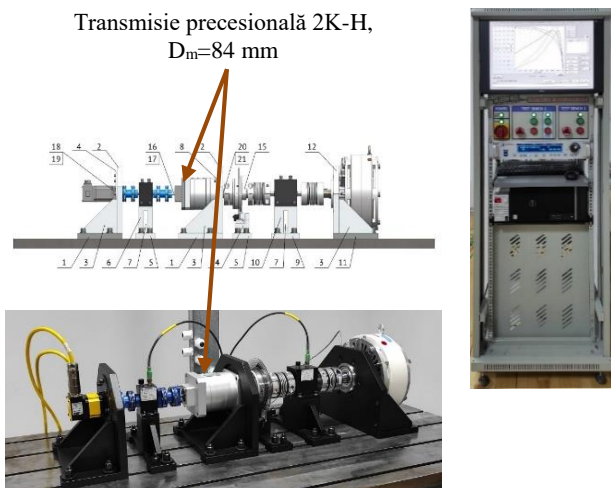


Fig. 4. Stand de cercetări experimentale a caracteristicilor funcționale ale transmisiilor precesionale de mică putere cu achiziția și prelucrarea computerizată a datelor.

### 3.1. Randamentul mecanic

Randamentul mecanic al transmisiilor mecanice exprimă pierderile energetice în toate cuplurile cinematice conținute în structura transmisiei.

Pentru transmisiile mecanice bazate pe noi principii de transformare și transmitere a mișcării și sarcinii, printre care și transmisiile precesionale, pierderile de energie în angrenările dinților reprezintă interes științific și practic de o importanță deosebită.

În acest scop roțile dințate ale transmisiilor precesionale cinematice și de mică putere cu angrenări  $A_{CX-CV}^D$  și  $A_{CX-CV}^{D(\beta)}$  au fost fabricate din diferite cupluri tribologice din materiale oțel-oțel, oțel-plastic, plastic-plastic prin tehnologiile de turnare sub presiune din mase plastice, prin tehnologii aditive cu imprimare 3D și pe mașini-unelte multiaxiale cu comanda numerică.

În figurile 5 și 6 sunt prezentate dependența randamentului mecanic  $\eta$  al transmisiei 2K-H cu roți dințate în cupluri Metal-Metal-Metal și Plastic-Metal-Plastic, din materiale oțel carbon 4140 și plastic *Glass-Filled PEEK* fabricate pe mașini-unelte CNC în funcție de momentul de torsiune  $T_4$  pentru frecvența rotațiilor  $n=(1000-3000)$  min<sup>-1</sup> mediul de lubrifiere cu unsoare plastică și lichidă cu ulei.

Din analiza dependențelor prezentate în figurile 5 și 6 se observă că pierderile energetice în angrenările dințate  $A_{CX-CV}^D$  și  $A_{CX-CV}^{D(\beta)}$  se micșorează odată cu creșterea sarcinii în angrenarea dinților  $T_4$ , Nm și cu micșorarea frecvențelor rotațiilor  $n$ , min<sup>-1</sup> a arborilor transmisiei.

Se constată că valoarea maximală a randamentului mecanic  $\eta$ , % corespunde cu valoarea maximală a

momentului nominal aplicat la arborele condus, iar creșterea frecvenței rotațiilor arborilor  $n$ , min<sup>-1</sup> conduce la diminuarea randamentului mecanic al transmisiei.

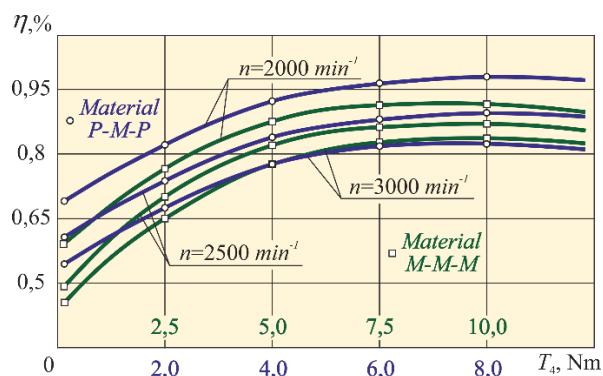


Fig. 5. Randamentul mecanic al transmisiei precesionale cinematice de tip 2K-H cu diametrul median al angrenării  $d_m=42$  mm în funcție de momentul de torsiune  $T_4$ , Nm pentru diferite frecvențe de rotații  $n$ , min<sup>-1</sup> a arborelui conducător (roți în cupluri Metal-Metal-Metal și Plastic-Metal-Plastic, lubrifianț plastic etc.).

Totodată, se constată că odată cu majorarea raportului de transmitere  $i$ , randamentul mecanic al transmisiei precesionale scade ca și în toate transmisiile mecanice, exprimând similitudini apropiate cu transmisiile armonice.

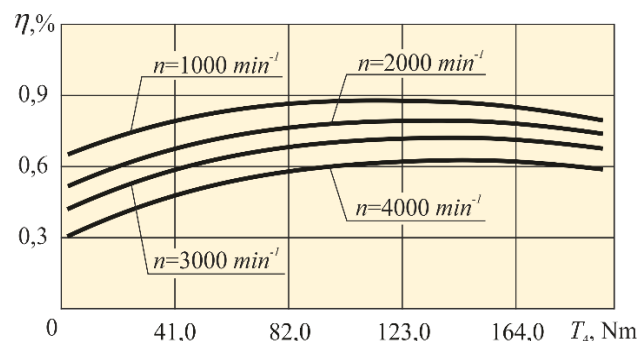


Fig. 6. Randamentul mecanic al transmisiei precesionale cinematice de tip 2K-H de mică putere cu diametrul median al angrenării  $d_m=84$  mm în funcție de momentul de torsiune  $T_4$ , Nm pentru diferite frecvențe de rotații  $n$ , min<sup>-1</sup> a arborelui conducător (roți metalice cu dinți înclinați, lubrifianț lichid etc.).

### 3.2. Dependența greutății relative a reductoarelor cu angrenări dințate de momentele de torsiune la arborii conduși

Dependențele prezentate în figura 7 sunt construite în conformitate cu standardul GOST 31592-2012. Reductory obșemașino - stroitelinogo primeneniya. Obșie tehničeskie uslovija. 19s. UDK

621.83:006.354. Moskva, Standartinform, 2014 pentru diverse tipuri de transmisii (curbele 1 – 10), iar curba 11 este construită conform rezultatelor prezentate în [1] pentru angrenări precesionale cu bolțuri  $A_{CX-CV}^B$  și 12 – pentru angrenările precesionale dințate  $A_{CX-CV}^{D(\beta)}$ .

Tabelul 3. Dependența de greutate relativă pentru angrenajele dinților legate de cuplul arborilor de antrenare [1]

u	T, N·m	m, kg	$\gamma$ , kg/N·m
-527	225000	7875	0,035
-405	2950	145	0,049
-279	15000	681	0,045
-144	9010	391	0,042
-144	54312	2822	0,051
-575	370000	8225	0,0222
	29	0,478	0,0165
	164	4,894	0,0298
	32	1,7	0,053

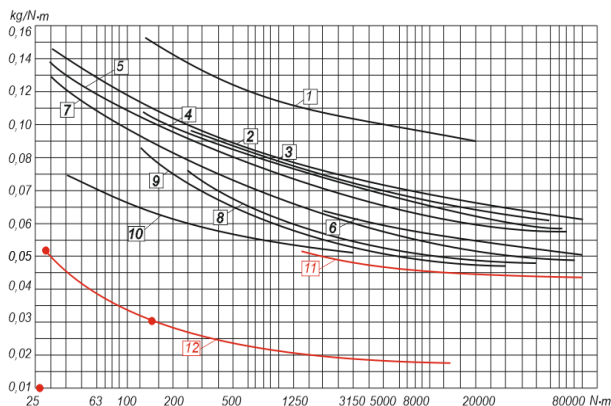


Fig. 7. Dependenta greutății relative a reductorului de momentul de torsiune la arborele de ieșire:

1 – reductor conic; 2 – reductor cilindrico-conic în două trepte, melcat într-o treaptă; 3- reductor cilindrico-conic în trei trepte, melcat cilindric în două trepte, cilindric în trei trepte cu schemă asimetrică; 4 – melcat; 5 – cilindric în două trepte cu schemă asimetrică, melcat, globoidal, melcat în două trepte; 6 – cilindric în trei trepte cu schemă simetrică; 7 – cilindric într-o treaptă; 10 – armonică; 11 – transmisie precesională de tip 2K-H cu angrenări  $A_{CX-CV}^B$ ; 12 – transmisie precesională de tip 2K-H cu angrenări  $A_{CX-CV}^{D(\beta)}$ .

Analiza curbelor prezentate în figura 7 demonstrează că greutatea relativă  $\gamma$ , kg/Nm a transmisiilor precesionale cu angrenări cu bolțuri  $A_{CX-CV}^B$ , cât și cu angrenări dințate  $A_{CX-CV}^D$  în raport cu

sarcina transmisă exprimată prin momente de torsiune  $T_4$ , Nm este mai mică decât orice altă transmisie mecanică cunoscută în prezent pe plan internațional. Calitatea acestei caracteristici se datorează geometriei convex-concave a angrenării dinților cu diferența mică a curburilor de flanc și gradului avansat a acoperirii frontale și longitudinale a dinților în angrenări ( $\epsilon_f + \epsilon_a > 4$ ).

### 3.3. Rigiditatea torsională

Pentru cercetarea rigidității torsionale [1] au fost utilizate aceleași mostre de reductoare de încercare, standurile fiind completate cu echipamentul necesar. În majoritatea mașinilor, și mecanismelor, momentul de torsiune se aplică la arborele condus, fapt ce condiționează cercetarea experimentală a rigidității torsionale prin încărcarea arborelui condus cu blocarea arborelui conducător. Însă, această metodologie nu poate fi realizată în reductoare cu raport mare de transmitere, din cauza diferenței semnificative dintre valorile momentelor de torsiune create la arborii de intrare și de ieșire ai reductorului. Crearea unui moment de torsiune mare la arborele condus cu ajutorul greutăților complică simțitor experimentul prin introducerea unei erori în sistemul de măsurări, generate de încovoierea arborelui condus. În aceste cazuri, se încarcă cu moment de torsiune arborele conducător, iar arborele condus se blochează cu carcasa reductorului.

Rigiditatea torsională a fost cercetată pentru două game de reductoare K-H-V și 2K-H. În baza rezultatelor cercetărilor a două reductoare 2K-H cu raportul de transmitere  $i=-144$  și  $i=-78,8$ , au fost construite diagramele funcțiilor  $\Delta\varphi=f(T)$ , prezentate în figura 8.

Analiza diagramelor obținute denotă caracterul lor identic și lipsa discontinuității funcției în zona originii de coordonate (valorilor nule ale momentului de torsiune). Unghiul de torsiune reprezintă  $0,0054rad$  și, respectiv,  $0,0058rad$  pentru  $T=300Nm$ . Valoarea maximă a coeficientului rigidității torsionale pentru  $T=320Nm$  reprezintă, respectiv,  $C=1,2 \times 105Nm/rad$  și  $C=1,02 \times 105Nm/rad$  (fig.12 a). Rigiditatea destul de înaltă a transmisiilor precesionale 2K-H cu raportul de transmitere relativ înalt și autofrânare (care nu funcționează în regim de multiplicator), se explică prin faptul că momentul de torsiune  $T$ , aplicat la arborele condus, se cuplează la carcasa reductorului prin roțile centrale, iar corpul roții-satelit se rotește pe arborele-manivelă.

## CERCETAREA EXPERIMENTALĂ A TRANSMISIILOR PRECESSIONALE CU ANGRENAJE

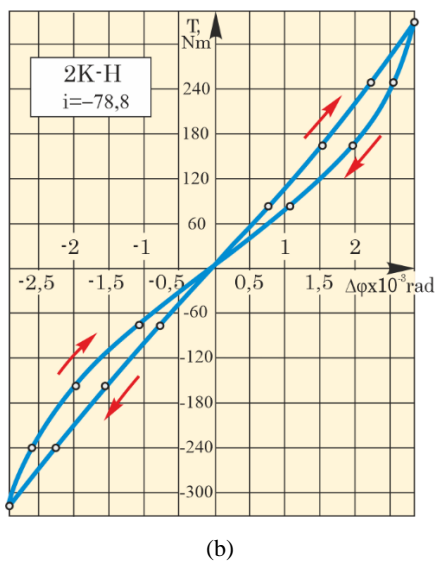
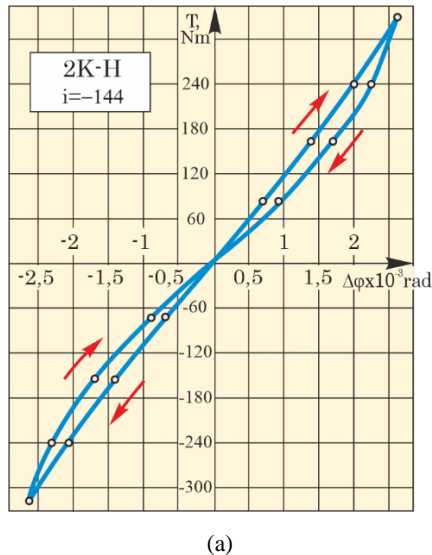


Fig. 8. Unghiul de torsiune funcție de momentul de torsiune  $T$  pentru reductorul 2K-H:  $i=-144$  (a), și  $i=-78,8$  (b)

### 3.4. Momentul de pornire

Momentul de pornire reprezintă o caracteristică importantă a transmisiilor mecanice, a cărei cunoaștere permite alegerea corectă a electromotorului la stadiul de proiectare a mecanismelor de acționare, inclusiv calculul corect al organigramelor deplasării organelor mecanismelor de mecanică fină, roboților, dispozitivelor de înaltă precizie etc. Valoarea momentului de pornire al transmisiei precesionale, de regulă, depinde de valoarea strângerii în angrenaj și de calitatea execuției și asamblării pieselor transmisiei.

Momentul de pornire a fost determinat pentru un reductor K-H-V cu raport de transmitere  $i=30$  și două reductoare 2K-H cu  $i=-144$  și, respectiv,  $i=-78,8$ . Luând în considerare importanța realizării transmisiilor precesionale cu angrenaj fără joc, în procesul testărilor experimentale a fost evaluat gradul

de influență a jocului și a strângerii garantate în angrenaj asupra momentului de pornire. Fiecare reductor a fost cercetat în cinci variante de asamblare cu angrenaj, care asigură jocul  $\Delta=0,05$ ;  $0,025$  și  $0$  și o prestrângere garantată de  $0,025\text{mm}$  și, respectiv,  $0,05\text{mm}$ .

În baza măsurărilor au fost construite graficele funcțiilor  $T_p=f(\Delta)$  (fig. 9). Analiza diagramelor obținute demonstrează că momentul de pornire în reductorul cu roata-satelit instalată pe rulmenți radiali-axiali este de aproximativ 2 ori mai mic decât pe rulmenți radiali. În general, momentul de pornire în reductoarele precesionale, în comparație cu angrenajele armonice, melcate, cicloidale, în aceleași condiții de asamblare este relativ redus. Astfel, valoarea maximă a momentului de pornire al arborelui de intrare al reductorului precesional ( $i=-144$ ), asamblat cu prestrângere în angrenaj  $\Delta=-0,05\text{mm}$ , este  $T_p=0,28\text{Nm}$  ( $T_n=350\text{Nm}$ ), iar cea a reductorului K-H-V ( $i=30$ ) este  $T_p=0,32\text{Nm}$  pentru momentul nominal  $T_n=900\text{Nm}$ .

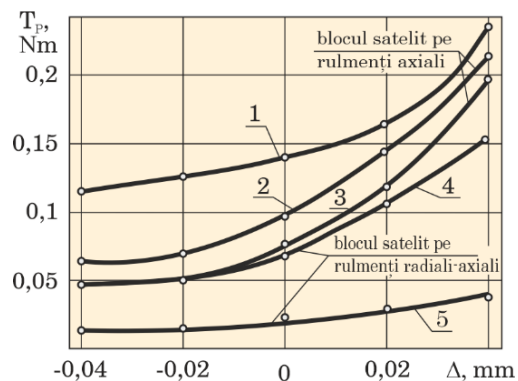


Fig. 9. Momentul de pornire în funcție de jocul din angrenaj

Rigiditatea torsională și momentul de pornire sunt caracteristici funcționale importante pentru transmisiile planetare precesionale cinematice (de mică putere) utilizate, de exemplu, în robotică, unde rigiditatea torsională influențează precizia poziționării corecte a organului de lucru, în mecanica fină, în utilajul tehnologic de înaltă precizie etc.

## 5. CONCLUZII

În concluzie putem menționa faptul că transmisia precesională oferă o performanță relativ bună în comparație cu o altă transmisie mecanică legată de eficiența mecanică și dependența relativă de greutate a angrenajului dinților în funcție de cuplul arborilor.

Pentru cercetări experimentale ulterioare, echipa noastră de cercetare se va concentra pe măsurarea și determinarea vibrațiilor și a nivelului de sunet care va fi comparat cu transmisia clasică și prescripțiile standard. Cercetări pentru obținerea rigidității la



torsiune a angrenajului precesional respectiv a momentului de inerție.

Datorită faptului că cercetările anterioare au fost făcute pentru transmisia precesională a puterii, cercetările viitoare vor fi efectuate în special pentru transmisiile cinematice precesionale, unde vor fi testate, cercetate și măsurate randamentul mecanic, rigiditatea la torsiune, aspectul tribologic al angrenajului (contactul dinților) când roțile centrale și satelitul sunt realizate din diferite tipuri de materiale, cum ar fi Metal-Metal-Metal și Plastic-Metal-Plastic și cercetări privind comportamentul vibrațional și sonor al transmisiilor precesionale.

## Acknowledgements / Mulțumiri

Cercetările au fost efectuate în cadrul proiectului Program de Stat nr. 20.80009.700.24 „Majorarea competitivității transmisiilor precesionale prin elaborarea și validarea angrenajului cu contact „conform” al dinților și extinderea ariei lor de aplicație”.

## BIBLIOGRAFIE

- [1] Бостан, И. А. Прецессионные передачи с многопарным зацеплением. Știința, Chișinău, 356 p. ISBN 5-376-01005-08, 1991
- [2] Bostan, I. *Transmisiile Precesionale. Geometria, Cinematica și Portanța contactului*. Vol. 2. Bons Offices, Chișinău, 2022. - 667 p. - ISBN 978-9975-87-978-1
- [3] Bostan, Ion, Chisinau, MD; Bostan, Viorel, Chisinau, MD; Vaculenco, Maxim, Chisinau, MD: Deutsches Patent-und Markenamt; Zahnradubertragung mit Prazessionsbewegung; DE 2120000799 U1 2022.11.03.
- [4] И. А. Бостан. Прецессионная зубчатая передача. SU 1455094 A1. МКИ F 16 H 1/32. Б.И. № 4. (1989).
- [5] Patent. Bostan I., Babaian I. Manufacturing procedure of the modified teeth of precessional gears. S.U. 1663875 A1.MCI B23 F9/06. (1988).
- [6] V. Bostan. *Modele matematice în inginerie (Monografie)*. Chișinău, Bons Offices, 470 p., ISBN 978, 9975-80-831-6. (2014).
- [7] E. Wildhaber. Helical gearing. U.S. Patent nr. 1.601.750. (1926).
- [8] М. Л. Новиков. Зубчатые передачи, а также кулачковые механизмы с точечной системой зацепления. Авт. свид. СССР № 109113. (1956).

---

## Despre autori

Academician, dr.hab.,prof.univ. **Ion BOSTAN**, Universitatea Tehnică a Moldovei, Facultatea Inginerie Mecanică, Industrială și Transporturi, [ion.bostan@cmts.utm.md](mailto:ion.bostan@cmts.utm.md), Chișinău, Republica Moldova, str. Studenților 9/8, of. 203

Dr.,conf.univ. **Maxim VACULENCO**, Universitatea Tehnică a Moldovei, Facultatea Inginerie Mecanică, Industrială și Transporturi, [maxim.vaculenco@dip.utm.md](mailto:maxim.vaculenco@dip.utm.md), Chișinău, Republica Moldova, str. Studenților 9/8, of. 403

Dr.,conf.univ. **Ion BODNARIUC**, Universitatea Tehnică a Moldovei, Facultatea Inginerie Mecanică, Industrială și Transporturi, [ion.bodnariuc@bpm.utm.md](mailto:ion.bodnariuc@bpm.utm.md), Chișinău, Republica Moldova, str. Studenților 9/8, of. 421

Drd. **Dumitru VENGHER**, Universitatea Tehnică a Moldovei, Facultatea Inginerie Mecanică, Industrială și Transporturi, [dumitru.vengher@adm.utm.md](mailto:dumitru.vengher@adm.utm.md), Chișinău, Republica Moldova, str. Studenților 9/8, of. 208

Dr.,conf.univ. **Radu CIOBANU**, Universitatea Tehnică a Moldovei, Facultatea Inginerie Mecanică, Industrială și Transporturi, [radu.ciobanu@bpm.utm.md](mailto:radu.ciobanu@bpm.utm.md), Chișinău, Republica Moldova, str. Studenților 9/8, of. 414

Dr.,conf.univ. **Oleg CIOBANU**, Universitatea Tehnică a Moldovei, Facultatea Inginerie Mecanică, Industrială și Transporturi, [oleg.ciobanu@bpm.utm.md](mailto:oleg.ciobanu@bpm.utm.md), Chișinău, Republica Moldova, str. Studenților 9/8, of. 414

Dr.,conf.univ. **Iulian MALCOCI**, Universitatea Tehnică a Moldovei, Facultatea Inginerie Mecanică, Industrială și Transporturi, [iulian.malcoci@bpm.utm.md](mailto:iulian.malcoci@bpm.utm.md), Chișinău, Republica Moldova, str. Studenților 9/8, of. 208

Dr.,conf.univ. **Nicolae TRIFAN**, Universitatea Tehnică a Moldovei, Facultatea Inginerie Mecanică, Industrială și Transporturi, [nicolae.trifan@bpm.utm.md](mailto:nicolae.trifan@bpm.utm.md), Chișinău, Republica Moldova, str. Studenților 9/8, of. 108